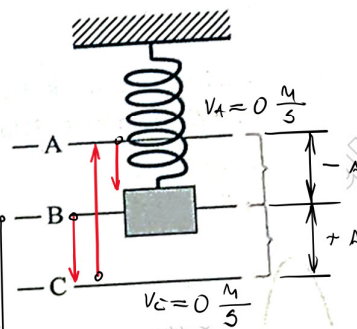


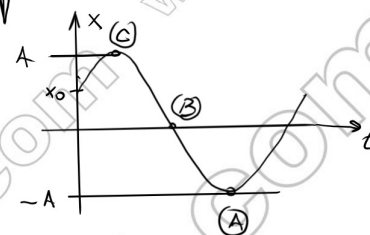
1. Slika prikazuje tijelo mase m ovješeno o oprugu, pri čemu točka B prikazuje ravnotežni položaj. Oprugu rastegnemo 10 cm i pustimo titrati. Period titranja je 1 s.

1.1. Brzina tijela najveća je na mjestu označenom točkom:

- a) A
b) B
 c) C.



Zadano: $x_0 = 10 \text{ cm}$, $T = 1 \text{ s}$



1.2. Akceleracija tijela najveća je na mjestima označenim točkama:

- a) A i B
b) A i C
 c) B i C.

Što znam:

- Trenutna elongacija: $x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$ (1)
- Trenutna brzina: $v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \equiv v_{\max} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$ (2)
- Trenutno ubrzanje: $a(t) = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) \equiv a_{\max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$ (3)

Iz ((1) i (3): $a(t) = -\omega^2 x(t)$ (4)

$$a(t) = |a_{\max}| \text{ za } x(t) = |x_{\max}| \Rightarrow |x_{\max}| = A \Rightarrow \begin{matrix} \text{Točka A} \\ \text{Točka C} \end{matrix}$$

1.3. Elastična energija tijela najveća je na mjestima označenim točkama:

- a) A i B
b) A i C
 c) B i C.

Elastična energija je energija koju tijelo ima radi svoje elastične deformacije.

Potencijalna elastična energija opruge: $E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2$ [J] (5)

$$E_{pe} = E_{pe \max} \text{ za } x_{\max} \Rightarrow \begin{matrix} \text{Točka A} \\ \text{Točka C} \end{matrix}$$

1.4. Koji od predloženih izraza opisuje titranje tijela $y = f(t)$ ako se u trenutku $t = 0$ s tijelo nalazilo u točki B.

- a) $y = 10 \text{ cm} \sin 2\pi t \text{ (s}^{-1}\text{)}$
- b) $y = 10 \text{ cm} \sin \pi t \text{ (s}^{-1}\text{)}$
- c) $y = 10 \text{ cm} \cos 2\pi t \text{ (s}^{-1}\text{)}$

Primjećujem: u točki B y mora biti jednako 0.

$$\begin{aligned} \text{a) } t=0 \text{ s } & y = 10 \cdot \sin(2\pi \cdot 0) = 10 \cdot 0 = 0 \\ \text{b) } t=0 \text{ s } & y = 10 \cdot \sin(\pi \cdot 0) = 10 \cdot 0 = 0 \\ \text{c) } t=0 \text{ s } & y = 10 \cdot \cos(2\pi \cdot 0) = 10 \cdot 1 \neq 0 \end{aligned} \quad \text{Je dakle od ova 2 izraza}$$

Period titranja: $T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ [s]} \Rightarrow \omega = 2\pi \cdot 1 \text{ (1) : izraz a)}$

$$\omega = 2\pi f, f = \frac{1}{T}$$

2. Ako na oprugu ovjesimo teret tri puta veće mase konstanta opruge:

- a) smanji se tri puta
- b) poveća se tri puta
- c) poveća se devet puta
- d) ostaje nepromijenjena.

Konstanta opruge pokazuje kolika je potrebna sila da se opruga deformira jednu jedinicu duljine:

$$k = \frac{F_e}{x} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \quad (6)$$

Konstanta opruge je fizičko svojstvo svake opruge i ne ovisi o opterećenju opruge

3. Kada bismo elastičnu oprugu prenijeli na planet gdje je ubrzanje sile teže jednako polovici ubrzanja na Zemlji ($g_p = g_z/2$) kako bi se odnosili periodi titranja na planetu i Zemlji? Zanimarimo utjecaje trenja na oprugu.

- a) $T_p = T_z$
- b) $T_p = T_z/2$
- c) $T_p = T_z/2$
- d) $T_p = 2T_z$

... prikazuje ovisnost ukupne ener-

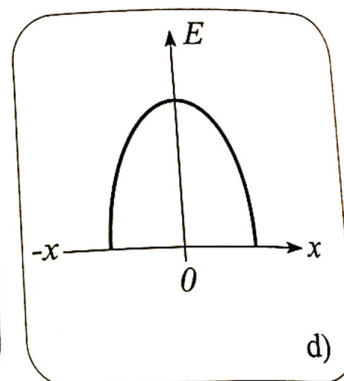
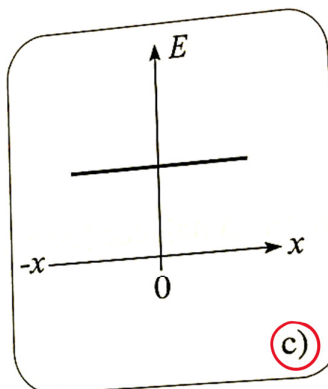
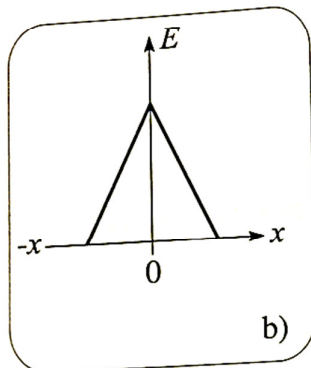
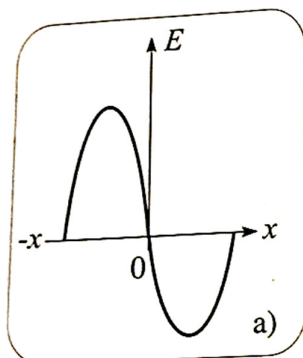
Zadano: $g_p = \frac{g_z}{2}, \frac{T_p}{T_z}$

Period titranja tijela ovješnog na oprugu: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ [s]} \quad (7)$

$$\begin{aligned} 1. \text{ Na Zemlji: } T_z &= 2\pi \sqrt{\frac{m_z}{k_z}} \Rightarrow m_z = m_p \Rightarrow T_z = T_p \\ 2. \text{ Na planetu: } T_p &= 2\pi \sqrt{\frac{m_p}{k_p}} \Rightarrow k_z = k_p \end{aligned}$$

d) $T_p = 2T_z$

4. Tijelo harmonijski titra. Koji od ponuđenih grafova prikazuje ovisnost ukupne energije E tijela koje titra o udaljenosti od ravnotežnog položaja x ?



Tijelo titra harmonijski ako se njegova povratna sila mijenja po jednadžbi: $\vec{F}_e = -k\vec{x}$
(uvijek je elastična sila kao vektor suprotna vektoru trenutnog pomaka)

Za harmonijska titranja trenutni položaj je opća funkcija sinusa ili kosinusa:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Ukupna energija tijela koje harmonijski titra je nepromijenjena tijekom vremena titranja: $E = \text{konst.}$

5. Na oprugu konstante elastičnosti 10 N/m, koja slobodno visi, objesimo uteg mase 0,1 kg. Kolika će biti maksimalna brzina utega ako je amplituda titranja 5 cm?

Zadano: $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $m = 0,1 \text{ kg}$, $A = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$

Traži se: $v_{\text{max}} = ?$

Iz (2): $v_{\text{max}} = A \cdot \omega$ (S.1)

Kružna frekvencija, ω :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (\text{S.2})$$

$$v_{\text{max}} = A \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = 0,05 \cdot \sqrt{\frac{10}{0,1}}$$

$$\underline{v_{\text{max}} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

6. Opterećena utegom mase 1 kg opruga se produlji za 6 cm.

a) Koliki je period titranja utega na opruzi?

b) Kolika bi trebala biti masa utega da period bude 1 s?

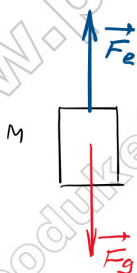
Zadano: $m_1 = 1 \text{ kg}$, $x_p = 6 \text{ cm}$

Traži se: a) $T_1 = ?$ b) $T_2 = 1 \text{ s}$ $m_2 = ?$

a)

Period titranja tijela na opruzi: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad [\text{s}] \quad (6.1)$

Konstantu opruge k dobit ću iz uvjeta ravnoteže opruge opterećene utegom:



$$F_e = F_g \quad (6.2)$$

$$F_g = m \cdot g \quad (6.3)$$

$$F_e = k \cdot x_p \quad (6.4)$$

$$m \cdot g = k \cdot x_p \Rightarrow k = \frac{m \cdot g}{x_p}$$

$$k = \frac{1 \cdot 9,81}{0,06}$$

$$k = 163,5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\text{iz (6.1)} \quad T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{163,5}}$$

$$T_1 = 0,4915$$

b)

Period T_2 bio bi:

$$T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_2}{k}} \quad [\text{s}]$$

$$m_2 = k \cdot \left(\frac{T_2}{2\pi} \right)^2 \quad [\text{kg}]$$

$$m_2 = 163,5 \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2$$

$$m_2 = 4,142 \text{ kg}$$

7. Uteg mase 200 g titra amplitudom 5 cm i periodom 0,46 s. Kolika je maksimalna brzina i kinetička energija utega?

Zadano: $m = 200\text{ g}$, $A = 5\text{ cm}$, $T = 0,46\text{ s}$

Traži se: 1) $v_{\max} = ?$ 2) $E_{k\max} = ?$

1. Najveća brzina gibanja, $v_{\max}$

$$\text{Iz (2): } v_{\max} = A \cdot \omega \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (7.1)$$

Kružna frekvencija, ω

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \left[\text{s}^{-1} \right] \quad (7.2)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{0,46}$$

$$\omega \approx 8,27\text{ s}^{-1}$$

$$v_{\max} = 0,05 \cdot 8,27$$

$$v_{\max} = 0,413 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2. Najveća kinetička energija, $E_{k\max}$

$$E_{k\max} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2 \left[\text{J} \right] \quad (7.3)$$

$$E_{k\max} = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 0,413^2$$

$$E_{k\max} = 0,017\text{ J} \approx 17\text{ mJ}$$